Подготовка к заданию 9 ОГЭ

Задание 9 ОГЭ по математике представляет собой несложное рациональное уравнение — линейное или квадратное, либо сводящееся в одно-два действия к одному из них целое или дробно-линейное уравнение. Квадратные уравнения представлены в открытом банке ОГЭ по математике всеми типами: неполные (с нулевым вторым или третьим коэффициентом) и полные (приведённые и неприведённые). Для того чтобы успешно справиться с подобным заданием на ОГЭ, достаточно уметь решать линейные и квадратные уравнения, помнить правило переноса слагаемого из одной части уравнения в другую (знак этого слагаемого меняется на противоположный), обладать определёнными вычислительными навыками, связанными с арифметическими действиями над целыми числами и дробями.

Пример 1. Решите уравнение $\frac{4}{9}x = 8\frac{4}{9}$.

Решение.

Сначала обратим дробь в правой части уравнения в неправильную: $8\frac{4}{9} = \frac{76}{9}$. Разделим обе части уравнения на $\frac{4}{9}$. Получим $x = \frac{76}{9} : \frac{4}{9}$, откуда $x = \frac{76}{9} \cdot \frac{9}{4}$, и, значит, $x = 19$.

Ответ: 19.

Решение квадратных уравнений $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ обычно основывается на формуле

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

корней квадратного уравнения. Напомним, что выражение $b^2 - 4ac$ называется дискриминантом квадратного уравнения и обозначается буквой D. Может также применяться формула для чётного второго коэффициента: если b — чётное число, то есть $b = 2b_1$, то

$$x = \frac{-2b_1 \pm \sqrt{4b_1^2 - 4ac}}{2a},$$

откуда

$$x = \frac{-2b_1 \pm 2\sqrt{b_1^2 - ac}}{2a},$$

то есть

$$x = \frac{-b_1 \pm \sqrt{b_1^2 - ac}}{a}, \text{ или } x = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac}}{a}.$$

Пример 2. Решите уравнение $2x^2-17x-9=0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Решение.

Вычислим дискриминант уравнения:

$$D=(-17)^2-4\cdot 2\cdot(-9)=361.$$

В формуле корней квадратного уравнения меньшему корню соответствует знак «минус» перед квадратным корнем из дискриминанта. Значит, искомый корень $x=\dfrac{17-\sqrt{361}}{4}=\dfrac{17-19}{4}$, откуда $x=-0{,}5$.

Ответ: $-0{,}5$.

Пусть дано квадратное уравнение $ax^2+bx+c=0$, корнями которого являются числа x_1 и x_2. Тогда справедливы формулы Виета:

$$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}, \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a}. \end{cases}$$

Эти формулы обычно используются применительно к приведённому квадратному уравнению, то есть к уравнению, старший коэффициент левой части которого равен 1. Тем не менее формулы Виета можно использовать и для вычисления корней неприведённого квадратного уравнения. Если умножить обе части первого уравнения системы

$$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}, \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a}. \end{cases}$$

на a, обе части второго уравнения на a^2, получим систему, которую можно записать так:

$$\begin{cases} (ax_1)+(ax_2)=-b, \\ (ax_1)(ax_2)=ac. \end{cases}$$

Таким образом, если найти два числа, произведение которых равно ac, а сумма равна $-b$, то это будут числа ax_1 и ax_2, после чего останется каждое из найденных чисел разделить на a и получить корни данного уравнения. При определённом навыке такие вычисления легко проводятся устно: на «роль» ax_1 и ax_2 претендуют делители числа ac, и, перебирая «по возрастанию» возможные делители этого числа (начиная с простейшего — единицы), можно довольно быстро получить ответ.

Пример 3. Решите уравнение $9x^2-73x+8=0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Решение.

Найдём сначала два числа, произведение которых равно $9\cdot 8=72$, а сумма равна 73. Уже простейший делитель числа 72 позволяет получить ответ:

$1\cdot 72=72$, $1+72=73$. Осталось разделить найденные числа на 9 и получить корни данного уравнения: $\dfrac{1}{9}$ и $\dfrac{72}{9}=8$.

Ответ: 8.

Пример 4. Решите уравнение $4x^2-15x+9=0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Решение.

Сначала найдём два числа, произведение которых равно $4\cdot 9=36$, а сумма равна 15. Перебирая пары делителей числа 36 «по возрастанию» меньшего делителя (1 и 36, 2 и 18, 3 и 12), уже на третьем шаге находим искомые числа, сумма которых равна 15: это 3 и 12. Разделив каждое из них на 4, получим корни данного уравнения: $\dfrac{3}{4}=0{,}75$ и $\dfrac{12}{4}=3$.

Ответ: 0,75.

Пример 5. Решите уравнение $(-5x+3)(-x+6)=0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Решение.

Из данного уравнения следует, что либо $-5x+3=0$, либо $-x+6=0$. Значит, либо $x=\dfrac{3}{5}=0{,}6$, либо $x=6$.

Ответ: 0,6.

Пример 6. Решите уравнение $5x^2-10x=0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Решение.

Вынесем в левой части данного уравнения $5x$ за скобки: $5x(x-2)=0$. Отсюда следует, что либо $5x=0$, либо $x-2=0$, то есть либо $x=0$, либо $x=2$.

Ответ: 2.

Пример 7. Решите уравнение $\dfrac{4}{3}x^2-48=0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Решение.

Перенесём слагаемое -48 в правую часть уравнения со сменой знака: $\dfrac{4}{3}x^2=48$. Разделим обе части полученного уравнения на $\dfrac{4}{3}$. Получим $x^2=48:\dfrac{4}{3}$, то есть $x^2=36$. Следовательно, $x=6$ или $x=-6$.

Ответ: -6.

Для решения простейших дробно-рациональных уравнений достаточно уметь выполнять действия с алгебраическими дробями. Одни из таких уравнений после несложных преобразований сводятся к линейным, другие — к квадратным. Отметим, что дробно-рациональные уравнения, сводимые к квадратным, относятся к более сложным и в банке задач задания 9 не представлены.

Пример 8. Решите уравнение $\dfrac{x-5}{x+2}=2$.

Решение.

Заметим, что $x\neq -2$. Умножив обе части уравнения на $x+2$, получим

$$x-5=2(x+2),$$

откуда

$$x-5=2x+4 \text{ и } x=-9.$$

Ответ: -9.

Пример 9. Найдите корень уравнения $x-\dfrac{x}{12}=\dfrac{55}{12}$.

Решение.

Приведём левую часть данного уравнения к обшему знаменателю:

$$\frac{12x-x}{12}=\frac{55}{12}.$$

Умножив обе части этого уравнения на 12, получим $12x-x=55$, то есть $11x=55$. Следовательно, $x=5$.

Ответ: 5.