

Подготовка к заданию 12 ОГЭ

Этот урок посвящён задачам на вычисления и преобразования по данным в условиях формулам. В таких задачах даются формулы из разных областей знаний, причём значения всех величин, за исключением одной, известны. Требуется найти значение единственной неизвестной величины. Формулы могут быть самыми разнообразными: из физики, химии, биологии и других наук. И, хотя большинство готовящихся к экзамену со многими из этих формул не сталкивались либо забыли их, решить такие задачи может каждый заинтересованный ученик. Всё решение таких задач, несмотря на длинное «страшное» текстовое условие, сводится к тому, что нужно просто выписать данную формулу, посмотреть, значения каких переменных известны, а какое из значений надо найти, подставить, посчитать и всё! Конечно, придётся проделать некоторые алгебраические преобразования, но они уже будут более или менее привычными.

Начнём с более простых задач, рассмотрев несколько примеров их решения.

Пример 1. Работа постоянного тока (в джоулях) вычисляется по формуле $A = \frac{U^2 t}{R}$, где U — напряжение (в вольтах), R — сопротивление (в омах), t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите A (в джоулях), если $t = 3$ с, $U = 10$ В и $R = 12$ Ом.

Решение.

По данной формуле находим, что $A = \frac{U^2 t}{R} = \frac{10^2 \cdot 3}{12} = \frac{100}{4} = 25$ (Дж).

Ответ: 25.

Пример 2. Перевести температуру из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C — температура в градусах по шкале Цельсия, t_F — температура в градусах по шкале Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствуют 365 градусов по шкале Фаренгейта?

Решение.

По условию задачи $t_F = 365$. Поэтому

$$t_C = \frac{5}{9}(365 - 32) = \frac{5}{9} \cdot 333 = 5 \cdot 37 = 185 \text{ (}^\circ\text{C)}.$$

Ответ: 185.

В рассмотренных примерах было достаточно выполнить подстановку числовых данных в формулы. В чуть более сложных случаях требуется выразить искомую величину, выполнив необходимые преобразования в данном равенстве (формуле). Подставлять числа в формулу можно как до преобразования (тогда мы получим уравнение и преобразовывать нужно будет числовое выражение), так и после.

Пример 3.

Найдите v_0 (в м/с) из равенства $v = v_0 + at$, если $v = 25$ м/с, $t = 3$ с и $a = 6$ м/с².

Решение 1.

Подставим в формулу известные числовые значения:

$$25 = v_0 + 3 \cdot 6;$$

$$25 = v_0 + 18.$$

В полученном уравнении несложно определить, чему равно v_0 (в м/с):

$$v_0 = 25 - 18 = 7.$$

Решение 2.

Сначала преобразуем саму формулу, выразив неизвестную величину через те значения, которые нам даны, а потом уже подставим числа:

$$v_0 = v - at = 25 - 6 \cdot 3 = 25 - 18 = 7 \text{ (м/с)}.$$

Ответ: 7.

Пример 4. Потенциальная энергия тела (в джоулях) в поле тяготения Земли вблизи поверхности вычисляется по формуле $E = mgh$, где m — масса тела (в килограммах), g — ускорение свободного падения, а h — высота (в метрах), на которой находится это тело, относительно условного нуля. Пользуясь этой формулой, найти m (в килограммах), если $g = 9,8 \text{ м/с}^2$, $h = 20 \text{ м}$, а $E = 98 \text{ Дж}$.

Решение.

Найдём искомую массу, используя данную формулу и данные значения остальных величин:

$$m = \frac{E}{gh} = \frac{98}{9,8 \cdot 20} = 0,5 \text{ (кг)}.$$

Ответ: 0,5.

В некоторых случаях приходится быть особенно аккуратными и внимательными при вычислениях.

Пример 5. Площадь треугольника со сторонами a , b , c можно найти по формуле Герона $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где $p = \frac{a+b+c}{2}$. Найти площадь треугольника, если длины его сторон равны 25, 60, 65.

Решение.

Пусть $a = 25$, $b = 60$, $c = 65$. Тогда

$$p = \frac{25 + 60 + 65}{2} = 75; \quad p - a = 75 - 25 = 50;$$

$$p - b = 75 - 60 = 15; \quad p - c = 75 - 65 = 10.$$

Поэтому искомая площадь

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{75 \cdot 50 \cdot 15 \cdot 10} = \sqrt{75 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 10} = \sqrt{75 \cdot 5 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 10} = \\ &= \sqrt{75 \cdot 75 \cdot 10 \cdot 10} = 75 \cdot 10 = 750. \end{aligned}$$

Ответ: 750.

В тех задачах, в которых величины, входящие в состав формулы, измеряются в знакомых вам единицах, можно воспользоваться одним хитрым приёмом для проверки своего решения. Если подставить в формулу (или преобразованную формулу) вместо переменных единицы измерения, они должны также образовать «верное равенство».

Посмотрим на примере.

Пример 6. Ускорение тела (в $\text{м}/\text{с}^2$) при равномерном движении по окружности можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость вращения (в с^{-1}), а R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите R , если $a = 196 \text{ м}/\text{с}^2$ и $\omega = 7 \text{ с}^{-1}$.

Решение.

Давайте сначала преобразуем формулу, выразив неизвестную величину:

$$R = \frac{a}{\omega^2} = \frac{196}{49} = 4 \text{ (м)}.$$

Воспользуемся описанным приёмом и проверим, правильно ли мы выполнили преобразования:

$$\text{м} = \frac{\text{м}/\text{с}^2}{(\text{с}^{-1})^2} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2 \cdot \left(\frac{1}{\text{с}}\right)^2}.$$

Сошлось!

Ответ: 4.