

Подготовка к заданию 10 ОГЭ

Задание 10 ОГЭ по математике представляет собой простейшую задачу на вычисление вероятности. Для решения таких задач достаточно уметь находить отношение числа благоприятных для наступления некоторого события исходов к числу всех равновероятных исходов.

Для более глубокого усвоения темы могут оказаться полезными следующие простейшие правила и формулы вычисления вероятностей.

- Формула вероятности противоположного события:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$

- Формула умножения вероятностей независимых событий: если события A и B независимы, то вероятность наступления обоих этих событий равна $P(A) \cdot P(B)$.

Ниже приводится разбор основных типов задач, возникающих на экзамене, а также некоторых чуть более сложных задач.

Пример 1. В коробке лежит 10 одинаковых по внешнему виду конфет, в трёх из которых нет фруктовой начинки. Ваня берёт одну конфету. Найдите вероятность того, что в этой конфете будет фруктовая начинка.

Решение.

Число конфет с фруктовой начинкой равно 7, число всех конфет равно 10. Поэтому искомая вероятность равна 0,7.

Ответ: 0,7.

Пример 2. На экзамене будет 25 билетов, Оксана не выучила 6 из них. Найдите вероятность того, что ей попадётся выученный билет.

Решение.

Число выученных билетов равно 19, число всех билетов равно 25. Поэтому искомая вероятность равна $\frac{19}{25} = 0,76$.

Ответ: 0,76.

Пример 3. В чемпионате по гимнастике участвуют 70 спортсменок: 25 из США, 17 из Мексики, остальные из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.

Решение.

Число спортсменок из Канады равно $70 - 25 - 17 = 28$. Поскольку искомая вероятность P равна отношению числа $n = 28$ благоприятных для данного события исходов к числу $N = 70$ всех равновероятных исходов, находим $P = \frac{28}{70} = \frac{4}{10} = 0,4$.

Ответ: 0,4.

Замечание. Обратим внимание на то, что жребий случайным образом распределяет всех спортсменок по очереди выступления, а не только первой. Поэтому ни решение, ни ответ не изменились бы, если бы спрашивалась вероятность того, что канадская спортсменка окажется последней, четвёртой или любой другой в очереди.

Пример 4. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо или вовсе не пишет, равна 0,21. Покупатель, не глядя, берёт одну шариковую ручку из коробки. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Решение.

В этой задаче практически ничего не нужно считать. Нужно лишь внимательно прочесть условие: дана вероятность одного события, а спрашивают вероятность противоположного.

По условию вероятность события

$$A = \{\text{случайно выбранная ручка не пишет или пишет плохо}\}$$

равна $P(A) = 0,21$. Это значит, что вероятность противоположного события $\bar{A} = \{\text{случайно выбранная ручка пишет хорошо}\}$ равна

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,21 = 0,79.$$

Ответ: 0,79.

В некоторых случаях условие задачи основано на числовых отношениях, из которых и нужно определить число благоприятных для искомого события случаев к числу всех равновозможных.

Пример 5*. На конюшне есть только орловские лошади и пони, причём пони в 19 раз меньше, чем лошадей. Найдите вероятность того, что случайно выбранное на этой конюшне животное окажется пони.

Решение.

Если на конюшне x пони, то лошадей $19x$, а всего животных $x + 19x = 20x$.

Тогда вероятность случайно выбрать пони равна $\frac{x}{20x} = \frac{1}{20} = 0,05$.

Ответ: 0,05.

Пример 6*. В групповой экскурсии по Эрмитажу участвуют представители только трёх стран: Англии, Франции, Испании. Известно, что испанцев в 4 раза меньше, чем французов, а число англичан относится к числу французов как 5:12. Найдите вероятность того, что случайно встреченный по завершении этой экскурсии её участник окажется испанцем.

Решение.

Если обозначить число англичан через $5x$, то число французов будет равно $12x$, а число испанцев — $3x$. Тогда число всех участников экскурсии равно $5x + 12x + 3x = 20x$, и вероятность случайной встречи с испанцем составит $\frac{3x}{20x} = 0,15$.

Ответ: 0,15.

При вычислении вероятностей порой приходится иметь дело и с процентами.

Пример 7*. На птицеферме разводят кур, уток и гусей. Известно, что число уток и число гусей соответственно на 30 % и 70 % меньше числа кур. Найдите вероятность того, что случайно увиденная на этой птицеферме птица окажется гусём.

Решение.

Если обозначить число кур через x , то число уток будет равно $0,7x$, а число гусей — $0,3x$. Значит, всего птиц на птицеферме $x + 0,7x + 0,3x = 2x$. Поэтому вероятность случайно увидеть гуся равна $\frac{0,3x}{2x} = 0,15$.

Ответ: 0,15.

Пример 8*. На фабрике керамической посуды 5 % произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 60 % дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка окажется с дефектом. Результат округлите до тысячных.

Решение.

Пусть всего произведено x тарелок. Тогда $0,05x$ тарелок имеют дефект, а $0,95x$ тарелок — без дефекта. Из $0,05x$ дефектных тарелок при контроле качества выявляется $0,6 \cdot 0,05x = 0,03x$ тарелок, а не выявляется $0,05x - 0,03x = 0,02x$ тарелок. Эти невыявленные тарелки, а также тарелки без дефекта поступают в продажу, то есть всего в продажу поступает $0,95x + 0,02x = 0,97x$ тарелок. При случайном выборе вероятность выбрать тарелку с дефектом равна $\frac{0,02x}{0,97x} = \frac{2}{97} \approx 0,021$.

Ответ: 0,021.