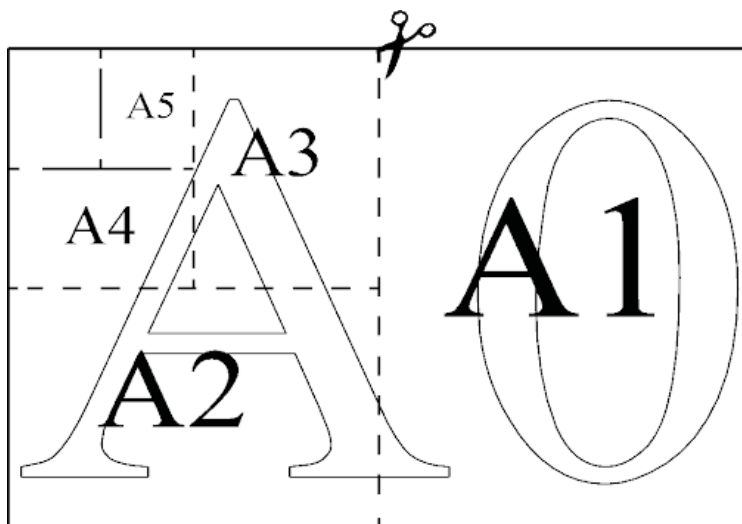


Подготовка к заданиям 1–5 ОГЭ

Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Лист формата А0 имеет форму прямоугольника, площадь которого равна 1 м^2 . Если лист формата А0 разрезать пополам параллельно меньшей стороне, получается два равных листа формата А1. Если лист А1 разрезать пополам таким же образом, получается два листа формата А2. И так далее.



Отношение длины большей стороны к длине меньшей стороны для листа каждого формата одно и то же, поэтому листы всех форматов подобны. Это сделано специально для того, чтобы пропорции текста и его расположение на листе сохранялись при уменьшении или увеличении шрифта и при изменении формата листа.

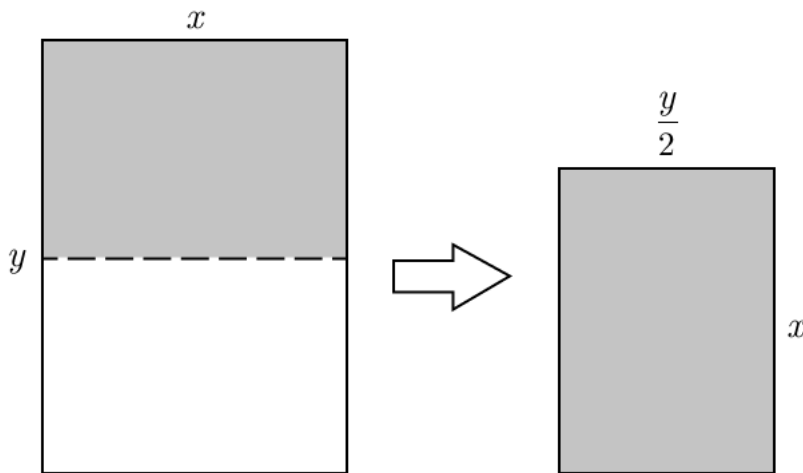
Разбор сюжета

Казалось бы, что может быть проще — бери бумагу и печатай на ней хоть книги, хоть инструкцию к пылесосу. Но довольно давно люди заметили, что удобно использовать листы, на которых можно масштабировать текст так, чтобы при этом он не менял своего расположения, сохранялось расположение рисунков и таблиц, а менялся только размер.

Так устроен формат офисной бумаги, получивший маркировку А. Если взять лист офисной бумаги и разрезать его пополам поперёк, то получим два листа другого размера, но такой же формы. Иными словами, большой и малый листы подобны как геометрические фигуры. Можно взять текст, написанный на большом листе, и перенести его на малый лист. Шрифт уменьшится, но положение слов останется таким же, как было на большом листе. Не изменятся даже переносы, а буквы и рисунки сохранят свои пропорции.

Чтобы листы бумаги обладали таким свойством, нужно правильно определить отношение ширины и высоты листа. Сделаем это. Если большой

лист имеет форму прямоугольника со сторонами x и y , то маленький лист будет прямоугольником со сторонами $\frac{y}{2}$ и x .



Поскольку прямоугольники подобны, получается пропорция

$$x : y = \frac{y}{2} : x.$$

В пропорции произведение крайних членов равно произведению средних:

$$x^2 = \frac{y^2}{2},$$

откуда

$$y = x\sqrt{2}.$$

Таким образом, длинная сторона листа офисной бумаги должна быть в $\sqrt{2}$ раз длиннее короткой. Разумеется, на бумажных комбинатах и фабриках стороны листов измеряют в миллиметрах, и добиться абсолютной точности невозможно, ведь число $\sqrt{2}$ иррациональное. Поэтому отношение сторон листов лишь приблизительно равно $\sqrt{2} \approx 1,41$.

Мы нашли, каким должно быть отношение сторон, но не нашли сами стороны. Принято считать, что лист формата А0 имеет площадь ровно 1 м^2 . Тогда ширину такого листа можно найти из уравнения

$$x \cdot \sqrt{2}x = 1 \text{ м}^2.$$

Решив это уравнение, мы получим $x = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$ м, то есть приблизительно 0,841 м или 841 мм. Это — длина короткой стороны листа формата А0. Длинная сторона равна $841\sqrt{2} \approx 1189$ мм.

Значит, с точностью до миллиметров лист формата А0 имеет размер 1189 мм × 841 мм.

Следовательно, лист А1 имеет приблизительный размер 841 мм × 594 мм. Размеры листа А2 ещё меньше: 594 мм × 420 мм и так далее. Наиболее

употребимый формат — А4. Листы формата А4 имеют приблизительный размер 297 мм × 210 мм. Теперь понятно, почему.

Лист формата А0 имеет площадь 1 м². Площадь листа каждого следующего формата в 2 раза меньше площади предыдущего: лист формата А1 имеет площадь 0,5 м², площадь листа А2 равна 0,25 м² и так далее. Площадь листа формата А_n равна $\frac{1}{2^n}$, и в листе формата А0 помещается ровно 2ⁿ листов формата А_n.

В реальности применяется не так много форматов. Например, форматы А3, А4 и А5 весьма распространены в быту, а форматы А0, А1 и А2 применяются для чертежей. Для печати на такой бумаге используются специальные принтеры-графопостроители. Форматы А6 и меньше практически не используются.

Кроме форматов офисной бумаги А существуют и другие форматы, которые применяются в книжном и журнальном деле, тетрадные форматы, форматы для почтовой бумаги и т. п.

Решим несколько задач, связанных с форматом офисной бумаги. Начнём с самой простой. Нужно, посмотрев на таблицу, узнать, где какой формат.

Пример 1. В таблице даны размеры (с точностью до мм) четырёх листов, имеющих форматы А2, А3, А5 и А6.

Номер листа	Длина (мм)	Ширина (мм)
1	210	148
2	594	420
3	148	105
4	420	297

Установите соответствие между форматами и номерами листов. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр, соответствующих номерам листов, без пробелов, запятых и дополнительных символов.

А2	А3	А5	А6

Решение.

Нет необходимости подробно изучать данные значения. Достаточно помнить, что чем меньше размеры листа, тем больше номер формата. Самый большой лист имеет формат А0, лист формата А1 меньше, лист А2 ещё меньше и так далее. Упорядочим строки таблицы по длине листов (по убыванию): 2, 4, 1, 3. Это и есть искомая последовательность чисел, которые нужно вписать в ответ.

Ответ: 2413.

Перейдём к следующей задаче.

Пример 2. Найдите площадь листа формата А5. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Решение.

Как мы знаем, площадь листа каждого следующего формата вдвое меньше площади листа предыдущего формата. Лист бумаги формата А0 имеет площадь 1 м^2 . Из одного листа формата А0 получается два листа формата А1, четыре листа формата А2, восемь листов формата А3, шестнадцать листов А4 или тридцать два листа формата А5.

Значит, площадь листа формата А5 равна

$$\frac{1}{32} \text{ м}^2 = \frac{1}{32} \cdot 10\,000 \text{ см}^2 = 312,5 \text{ см}^2.$$

Примечание.

Другие способы вычисления дадут ошибку из-за округления размеров листов.

Ответ: 312,5.

Пример 3. Найдите длину листа бумаги формата А7. Ответ дайте в миллиметрах и округлите до ближайшего целого числа, кратного 5.

Решение.

Длина листа формата А7 ровно в два раза меньше длины листа формата А5, в четыре раза меньше длины листа формата А3, в восемь раз меньше длины листа формата А1. Длина листа А1 равна ширине листа А0, то есть 841 мм. Разделим это значение на 8, получим 105,125 мм. Округление до ближайшего числа, кратного 5, даст ответ 105.

Ответ: 105.

Решим чуть более сложную и уже содержательную задачу.

Пример 4. Бумагу формата А3 упаковали в пачки по 120 листов. Найдите массу пачки, если масса бумаги площади 1 м^2 равна 96 г. Ответ дайте в граммах.

Решение.

Каждый лист формата А3 имеет площадь $\frac{1}{2^3} = 0,125 \text{ (м}^2\text{)}$, значит, суммарная площадь листов в одной пачке равна $0,125 \cdot 120 = 15 \text{ (м}^2\text{)}$. Следовательно, масса пачки (без учёта упаковки) равна $15 \cdot 96 = 1440 \text{ (г)}$.

Ответ: 1440.

Пример 5. Размер (высота) типографского шрифта измеряется в пунктах. Один пункт равен $\frac{1}{72}$ дюйма, то есть 0,3528 мм. Текст напечатан шрифтом высотой 12 пунктов на листе формата А4. Какой высоты нужен шрифт (в пунктах), чтобы текст был расположен на листе формата А3 таким же образом? Размер шрифта округляется до целого.

Решение.

При масштабировании текста из формата А4 в формат А3 высота листа увеличивается в $\sqrt{2}$ раз. Значит, во столько же раз должна увеличиться высота шрифта. На листе формата А3 нужен шрифт высотой

$$12 \cdot \sqrt{2} \approx 12 \cdot 1,41 \approx 17 \text{ (pt)}.$$

Ответ: 17.



Рис.1

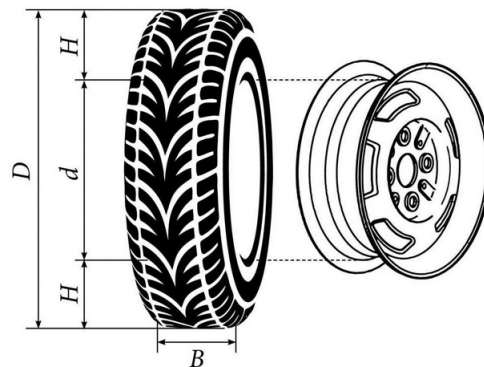


Рис.2

Автомобильное колесо, как правило, представляет из себя металлический диск с установленной на него резиновой шиной. Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине. Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65 R15 (рис. 1). Первое число (число 195 в приведённом примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр B на рисунке 2). Второе число (число 65 в приведённом примере) — процентное отношение высоты боковины (параметр H на рисунке 2) к ширине шины, то есть $100 \cdot \frac{H}{B}$.

Последующая буква обозначает тип конструкции шины. В данном примере буква R означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции. За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса d в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса D легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины. Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры. Завод производит легковые автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 165/70 R13.

Разбор сюжета

Так сложилось, что маркировка шин сочетает в себе метрическую систему (миллиметры), имперскую (дюймы) и ещё проценты. Завод-изготовитель обычно допускает установку колёс нескольких разных размеров на автомобиль. При установке разрешённых заводом колёс, как правило, диаметр колёс меняется незначительно. Многие водители любят устанавливать на свой автомобиль более широкие колёса или колёса с большим диаметром, не считаясь с рекомендациями завода. При этом диаметр колеса может существенно поменяться. Следовательно, меняются показания приборов — спидометра и одометра, который показывает пройденное расстояние. В результате водитель может допустить значительную ошибку в оценке истинной скорости автомобиля, полагаясь на спидометр.

Решим несколько задач на эту тему.

Пример 6. Завод допускает установку шин с другими маркировками. В таблице показаны разрешённые размеры шин.

Ширина шины (мм)	Диаметр диска (дюймы)		
	13	14	15
165	165/70	165/65	—
175	175/65	175/65; 175/60	—
185	185/65; 185/60	185/60	185/55
195	195/60	195/55	195/55; 195/50

Шины какой наименьшей ширины можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 15 дюймам? Ответ дайте в миллиметрах.

Решение.

Задача не требует ничего, кроме умения найти данные в таблице.

Ответ: 185.

Пример 7. Найдите диаметр колеса автомобиля, выходящего с завода. Ответ дайте в миллиметрах.

Решение.

Обозначим $100 \cdot \frac{H}{B}$ через p . Тогда диаметр колеса можно найти по формуле

$$D = B \cdot \frac{2p}{100} + d \cdot 25,4 \text{ (мм)}.$$

Завод устанавливает колёса с шинами маркировки 165/70 R13, то есть $B = 165$, $p = 70$, $d = 13$. Подставим эти значения в формулу и найдём диаметр колеса:

$$D = 165 \cdot \frac{2 \cdot 70}{100} + 13 \cdot 25,4 = 231 + 330,2 = 561,2 \text{ (мм)}.$$

Ответ: 561,2.

Пример 8. На сколько миллиметров радиус колеса с шиной маркировки 205/55 R14 больше, чем радиус колеса с шиной маркировки 165/65 R14?

Решение.

Воспользуемся формулой, полученной в предыдущей задаче. Найдём диаметр колеса с шиной 205/55 R14:

$$D_1 = 205 \cdot \frac{2 \cdot 55}{100} + 14 \cdot 25,4 = 581,1 \text{ (мм)}.$$

Точно так же найдём диаметр колеса 165/65 R14:

$$D_2 = 165 \cdot \frac{2 \cdot 65}{100} + 14 \cdot 25,4 = 570,1 \text{ (мм)}.$$

Следовательно, диаметры отличаются на 11 мм, а радиусы на 5,5 мм.

Примечание.

Задачу можно решить проще, не находя полностью диаметры обоих колёс. Поскольку диаметры дисков одинаковы, разность радиусов равна разности высот боковин, а высота боковины равна $B \cdot \frac{p}{100}$:

$$205 \cdot 0,55 - 165 \cdot 0,65 = 5,5 \text{ (мм)}.$$

Ответ: 5,5.

Пример 9. На сколько миллиметров увеличится диаметр колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 195/50 R15?

Решение.

Во второй задаче мы нашли диаметр колеса, установленного на заводе — 561,2 мм. Диаметр колеса с шиной маркировки 195/50 R15 найдем по формуле, полученной в той же задаче:

$$195 \cdot \frac{2 \cdot 50}{100} + 15 \cdot 25,4 = 576 \text{ (мм)}.$$

Значит, диаметр колеса увеличится на $576 - 561,2 = 14,8$ (мм).

Ответ: 14,8.

Пример 10. На сколько процентов увеличится пробег автомобиля при одном обороте колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 175/60 R14? Результат округлите до десятых.

Решение.

Диаметр колеса, установленного на заводе равен 561,2 мм. После установки новых колёс диаметр колеса окажется равен

$$175 \cdot \frac{2 \cdot 60}{100} + 14 \cdot 25,4 = 565,6 \text{ (мм)}.$$

Таким образом, диаметр увеличился на

$$\frac{565,6 - 561,2}{561,2} \cdot 100\% = \frac{4,4}{561,2} \cdot 100\% \approx 0,8\%.$$

Очевидно, на столько же процентов увеличился пробег автомобиля при одном обороте колеса, поскольку отношение длин окружностей равно отношению диаметров этих окружностей.

Примечание.

Можно было бы провести более подробные расчёты, вычислив длины окружностей старого и нового колеса и подсчитав их различие в процентах, но это потребовало бы больше вычислений, а результат получился бы таким же.

Ответ: 0,8.